「機械学習のためのカーネル 100 問 with R」正誤表

鈴木讓

2024 年 8 月 14 日

第 1 章 正定値カーネル

P1 下 11 「$A = B^\top B$ なる $B \in \mathbb{R}^{n\times n}$ が存在する」→ 「すべての固有値が非負である」

P2 上 8 証明 →「$z = x + iy$ $(x, y \in \mathbb{R})$ とおくと、A は非負定値であるから、$z^\top Az = x^\top Ax + y^\top Ay \geq 0$ が成立する。」

P4 上 5 「任意の $n \geq 1$ と」の前に「k が対称 $(k(x, y) = k(y, x),\ x, y \in E)$ であって」を追加。

p5 上 8 characteristic map→ feature map

P6 例 6 $n \geq 0$ は不要。

P7 上 11 $\|a\| := (a, a)^{1/2} \to \|a\| := \langle a, a\rangle^{1/2}$

P7 下 2 $\Psi_{2,1}(x_1, x_2) \to \Psi_{1,2}(x_1, x_2)$

P8 上 2 $\Psi_{1,2}(x_1, x_2) \to \Psi_{2,1}(x_1, x_2)$

P8 上 3 $\Psi_{2,2}(y_2, y_2) \to \Psi_{2,2}(y_1, y_2)$

P10 下 1 $A \cap B = \{\} \Longrightarrow \mu(A \cup B) = \mu(A) + \mu(B) \to A_i \cap A_j = \{\} \Longrightarrow \mu(\cup_{n=0}^\infty A_n) = \sum_{n=0}^\infty \mu(A_n)$

P12 下 1 $f_X(x) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)e^{-ixt}dt \to f_X(x) = \dfrac{1}{2\pi}\displaystyle\int_{-\infty}^{\infty} \varphi(t)e^{-ix^\top t}dt$

P13 上 2-4 $\dfrac{1}{\sqrt{2\pi}} \to \dfrac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}}$ (3 箇所)

P13 上 8 $\dfrac{\alpha}{2}\{\left[\dfrac{e^{(it+\alpha)x}}{it+\alpha}\right]_{-\infty}^{0} - \left[\dfrac{e^{(it-\alpha)x}}{it-\alpha}\right]_{0}^{\infty}\} \to \dfrac{\alpha}{2}\{\left[\dfrac{e^{(it+\alpha)x}}{it+\alpha}\right]_{-\infty}^{0} + \left[\dfrac{e^{(it-\alpha)x}}{it-\alpha}\right]_{0}^{\infty}\}$

P13 上 9 「関数 $\phi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}$ が」→ 「関数 $\phi : \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^d$ が」

P14 下 10 プログラム

1 行目: `function(x,y)` → `function(x,y,p)`

5 行明: `for(i in 1:m)for(j in i:m)for(k in 1:n)` → `for(i in 1:m)for(k in 1:n)`

6 行目: @if(substring(x,i,j)==substring(y,k,k+j-i))@ → @if(substring(x,i,i+p)==substring(y,k,k+p))@

P15 上 9 `string.kernel(x, y)` → `string.kernel(x, y, p)`

P15 上 9 `string.kernel(x, y)` → `string.kernel(x, y, 1)`

P15 下 1 頂点にもつ → 根にもつ

P18 上 5 $\sum_{y' \in E_Y} P(x' \mid y')\Psi(x, y) \to \sum_{y' \in E_Y} P(x' \mid y')\Psi(x', y')$

P18 下 3 `length(s) == 1` → `lengths(s) == 1` [P25 上 11 の問題 15 も同様]

P19 上 10 $\dfrac{2^4}{5 \times 3^5} \to \dfrac{2^2}{5 \times 3^5}$

P19 上 12 「$p(\pi|G_1), p(\pi|G)$ のように」→ 「$p(\pi|G_1), p(\pi|G_2)$ のように」

P21 上 7　$\lim_{a\to\infty}\int_{-a}^{a} e^{iza}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(t)e^{-t^2/n}e^{-ita}dt \to \lim_{a\to\infty}\int_{-a}^{a} e^{iza'}\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(t)e^{-t^2/n}e^{-ita'}dtda'$

P23 問題 5　同一ある → 同一である

P23 問題 7　正則化 → 正規化

第 2 章 Hilbert 空間

P27 下 5　E の集積点 → E 触点 (touch point)、さらに $y \notin E$ のとき集積点

P29 上 3　集積点全体 → 触点全体

P29 上 5　集積点である → 触点である

P29 下 1　(中心を $z_1, \ldots, z_m$) とする。→ (中心を $z_1, \ldots, z_m$, 半径を $\Delta(z_1)/2, \ldots, \Delta(z_m)/2$) とする。

P29 脚注　$\{U\lambda\}_{\lambda\in\Lambda} \to \{U_\lambda\}_{\lambda\in\Lambda}$

P31 上 10　norm → inner product

P32 上 7　$\|av\| = |a|\|x\| \to \|ax\| = |a|\|x\|$

P33 上 4　左辺 $\|x+y\|^2 = \|x\|^2 + 2|\langle x,y\rangle| + \|y\|^2 \to \|x+y\|^2 = \|x\|^2 + 2\langle x,y\rangle + \|y\|^2$

P41 下 3　$\langle Tx_1, x_2\rangle_2 = \langle x_1, y(x_2)\rangle_1 \to \langle Tx_1, x_2\rangle_2 = \langle x_1, y_2(x_2)\rangle_1$

P41 下 1　$|\langle x_2, TT^*x_2\rangle|_2 \to |\langle x_2, TT^*x_2\rangle_2|$

P43 上 10　$\lambda\in\mathbb{R} \to \lambda\in\mathbb{C}$

P44 上 20　Hilbert 空間全体 H の中での最大化 → λ_1 は Hilbert 空間全体 H の中での最大値

P44 上 21　証明 → $\lambda_j \geq 0$ より、

$$\max_{e\in\{e_1,\ldots,e_{k-1}\}^\perp \|e\|=1}\langle Te, e\rangle_H = \max_{\|e\|=1}\sum_{j=k}^{\infty}\lambda_j\langle e, e_j\rangle^2 = \lambda_k$$

P45 上 8　$\|T\|_{HS}^2$ が $\{\} \to \|T\|_{HS}^2$

P45 下 4　$\sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n} T_{i,j}^2 \to \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} T_{i,j}^2$

P45 下 2　「T が非負定値のとき」を追加

P46 上 4　「(2.16) に、$x = e_j$ を代入すると、$Tx = \lambda_j e_j$ となり、」→ 「(2.15) に、$e = e_j$ を代入すると、$Te_j = \lambda e_j$ となり、」

P46 上 11　命題 31 の最初に「T が非負定値のとき」を追加。

P47 下 6　$\|f - f_n\|_2 \to \|f - f_n\|_2^2$

P47 下 4　$f \in L_2 \to f \in L^2$

P48 上 7　$\lim_{n\to\infty}\langle\sum_{j=1}^{n}\alpha_j e_j, e_j\rangle = \alpha_i \to \lim_{n\to\infty}\langle\sum_{j=1}^{n}\alpha_j e_j, e_i\rangle = \alpha_i$

P49 下 10　命題 22 の証明の最後に「わかる。」を改行してから、「さらに、任意の $x \in H$ について、$\|Tx\| = \langle x, e_T\rangle \leq \|x\|\|e_T\|$ であるから、$\|x\| = 1$ のとき、$\|T\| \leq \|e_T\|$ が成立する。また、$\|e_T\| = \frac{1}{\|y\|} = \frac{\|Ty\|}{\|y\|} \leq \|T\|$ である。」を追加。

P50 下 9　(2.23) 式 $\mathrm{Ker}(T)^\perp = \mathrm{Im}(T^*) \to \mathrm{Ker}(T)^\perp = \overline{\mathrm{Im}(T^*)}$

P50 下 8　$H_2 \to H$

P51 上 2　$H := H_1 = H_2$ 削除

P52 上 5-6　$H_2 \to H$ (2 箇所)

P53 問題 18　$d(x,z) < \Delta(z) \Longrightarrow d(f(x), f(z)) < \epsilon \to d_1(x,z) < \Delta(z) \Longrightarrow d_2(f(x), f(z)) < \epsilon$

第 3 章 再生核 Hilbert 空間

P59 下 1　各 $i = 1, 2,$ → 各 $i = 1, \ldots, n$

P60 上 9　そのような $\mathbb{C}$ 上の → 実部が偶関数で虚部が奇関数の

P62 上 8, 下 8　$H_1 \oplus H_2 \to H_1 + H_2$

P64 下 7, 下 8　$H_1 \Longrightarrow h \to H_0 \Longrightarrow h$, $H_0 \Longrightarrow \alpha_0 \to H_1 \Longrightarrow \alpha_0$

P65 上 2　例 3.2 → 例 51

P66 上 4　$\epsilon\|f\| \to \epsilon\|f\|\mu(E)$

P66 下 14　$T_{K_n}f : H \in F \to T_{K_n}f : H \ni F$

P66 下 12　$\epsilon^2\|f\|^2\mu(E)^2 \to \epsilon^2\|f\|^2\mu(E)$

P68, 問題 38　$H_3(x) = 12x - 8x^3 \to H_3(x) = -12x + 8x^3$, $H_0(1) = 1 \to H_0(x) = 1$, `4*x-8*x**3` → `-12*x+8*x**3`

P75 下 11, 下 9　$\displaystyle\sum_{j=1}^{m} \to \sum_{j=1}^{n}$

P75 下 6　$\displaystyle\sum_{j=1}^{n} \to \sum_{j=1}^{m}$

P76 上 12　$\displaystyle\sum_{i=1}^{p} \alpha_i \|f_n(x_i)\|_{H_0}^2 \to \sum_{i=1}^{p} \alpha_i |f_n(x_i)|$

P79 下 2 および P80 上 3　$k \to K$

P62 下 3　上界 → 上限

P62 下 1　$\displaystyle\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n+1}} \to \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(n+1)^{3/2}}$

P62 上 1　例 58 → 例 60

第 4 章 カーネル計算の実際

P86 上 6 行目　なる $f \in H$ を求める → を最小にする $f \in H$ を求める

P86 (4.1)　$\alpha \to \alpha_j$

P86 上 15, P88 上 15　$\hat{f}(x) = \sum_{i=1}^{n} \hat{\alpha}_i k(x_i, x) \to \hat{f}(x) = \sum_{i=1}^{N} \hat{\alpha}_i k(x_i, x)$

P90 (4.8)　$\sum_{j=1}^{N} \to \sum_{i=1}^{N}$

P91 上 1　大きさを $1 \le m \le p$ → 大きさを $1 \le m \le N$

P91 上 2-3　$\alpha^{(1)} = \begin{bmatrix} \alpha_1^{(1)} \\ \vdots \\ \alpha_N^{(1)} \end{bmatrix}, \cdots, \alpha^{(1)} = \begin{bmatrix} \alpha_1^{(N)} \\ \vdots \\ \alpha_N^{(N)} \end{bmatrix}$ より、$\alpha_1 = \begin{bmatrix} \alpha_1^{(1)} \\ \vdots \\ \alpha_1^{(m)} \end{bmatrix}, \cdots, \alpha_N = \begin{bmatrix} \alpha_N^{(1)} \\ \vdots \\ \alpha_N^{(m)} \end{bmatrix}$ を構成し、

P92 例 65　$\sigma = 0.08$, $\sigma = 0.01 \to \sigma^2 = 0.08$, $\sigma^2 = 0.01$

P94 下 6　Karush-Kuhm-Tucker → Karush-Kuhn-Tucker

P95 上 14　(4.13)(4.14) より、(4.12) は → (4.13)(4.14) より、(4.11) は

P95 例 66　通常のカーネル → 通常の内積

P97 下 14　ことができる。→ ことができる。ただし、$(x - \xi_j)_+$ は $x \ge \xi_j$ で $x - \xi_j$、$x < \xi_j$ で 0 の値をとる関数である。

P100 上 10　$\alpha_1, \ldots, \alpha_N, \beta_1, \ldots, \beta_q \to \alpha_1, \ldots, \alpha_N, \beta_0, \ldots, \beta_{q-1}$

P101 上 2　$\left\{y_i - \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{N}\beta_j g_j(x_i)\right\}^2 \to \left\{y_i - \sum_{j=1}^{N}\beta_j g_j(x_i)\right\}^2$

P101 (4.28)　$w \to \omega$

P104 上 2　$\hat{K} = ZZ^\top \to \hat{K} = \frac{1}{m}ZZ^\top$

P104 上 6, 問題 58　$U(I_s + VU) = (I_r + UV)U \to U(I_s + VU)^{-1} = (I_r + UV)^{-1}U$

P104 上 8　$Z^\top(ZZ^\top + \lambda I_N)^{-1} = (Z^\top Z + \lambda I_m)^{-1}Z^\top \to Z^\top(\frac{1}{m}ZZ^\top + \lambda I_N)^{-1} = (\frac{1}{m}Z^\top Z + \lambda I_m)^{-1}Z^\top$

P104 (4.33)　$\hat{\beta} := (Z^\top Z + m\lambda I_m)^{-1}Z^\top y$

P104 下 8　$\hat{f}(x) = \sum_{i=1}^N \alpha_i \hat{k}(x, x_i) = z(x)\sum_{i=1}^N z^\top(x_i)\hat{\alpha}_i = z(x)Z^\top\hat{\alpha} = z(x)Z^\top(\hat{K} + \lambda I_N)^{-1}y$ $= z(x)(Z^\top Z + \lambda I_m)^{-1}Z^\top y = z(x)\hat{\beta} \to \hat{f}(x) = \sum_{i=1}^N \hat{\alpha}_i\hat{k}(x, x_i) = \frac{1}{m}z(x)\sum_{i=1}^N z^\top(x_i)\hat{\alpha}_i = \frac{1}{m}z(x)Z^\top\hat{\alpha} = \frac{1}{m}z(x)Z^\top(\hat{K} + \lambda I_N)^{-1}y = \frac{1}{m}z(x)(\frac{1}{m}Z^\top Z + \lambda I_m)^{-1}Z^\top y = z(x)\hat{\beta}$

P104 下 4　$O(m) \to O(m^2)$

P107 上 9　$R = \sqrt{\lambda_i^{(N)}}[v_1, \ldots, v_m] \to R = [v_1, \ldots, v_m]\begin{bmatrix} \sqrt{\lambda_1^{(N)}} & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & \sqrt{\lambda_m^{(N)}} \end{bmatrix}$

P107 例 70　$N = 200 \to N = 300$, $m = 10, 50 \to m = 10, 20$, $m = 5, 30 \to m = 10, 20$

P108 図 4.8　$N = 300$ のデータを階数 $m = 10$ で近似している。左が $\lambda = 10^{-5}$, 右が $\lambda = 10^{-3}$ の実行結果。$\to$ $N = 300$ のデータを左は階数 $m = 10$ で右は階数 $m = 20$ で近似している。上が $\lambda = 10^{-5}$, 下が $\lambda = 10^{-3}$ の実行結果。

P109 命題 47　正定値行列 $A \in \mathbb{R}^{n\times n}$ に対して、$\to$ 正定値対称行列 $A \in \mathbb{R}^{N\times N}$ に対して、

P110 上 4　「ステップ 3 で... 選択されている」は記述が正確ではないので、ブログの記事を見てください。

第 5 章 MMD と HSIC

P117 下 11　本書では $\to$ 本章では

P118 上 5　$k_X : E_X \to \mathbb{R}$, $k_Y : E_Y \to \mathbb{R} \longrightarrow k_X(x, \cdot) : E_X \to \mathbb{R}$, $x \in E_X$, $k_Y(y, \cdot) : E_Y \to \mathbb{R}$, $y \in E_Y$,

P119 上 1　を仮定すると $\longrightarrow$ が有限であることを仮定すると

P119 上 9　Riez の表現定理 $\to$ Riesz の表現定理

P121 上 5　$\langle m_P, m_P\rangle^2 + \langle m_Q, m_Q\rangle^2 \to \langle m_P, m_P\rangle + \langle m_Q, m_Q\rangle$

P123 下 2　$h_1(z_1) = \mathbb{E}_{Z_2}[h(z_1, Z_2)] = \mathbb{E}[k(x_i, X_j)] + \mathbb{E}[k(y_i, Y_j)] - \mathbb{E}[k(x_i, Y_j)] - \mathbb{E}[k(x_j, Y_i)] = 0 \longrightarrow h_1(z_1) = \mathbb{E}_{Z_2}[h(z_1, Z_2)] = \mathbb{E}[k(x_1, X_2)] + \mathbb{E}[k(y_1, Y_2)] - \mathbb{E}[k(x_1, Y_2)] - \mathbb{E}[k(y_1, X_2)] = 0$

P124 命題 51　$m \to \infty \longrightarrow N \to \infty$

P124 下 10　$T_{\tilde{h}} : L^2[E, \mu] \ni f \longrightarrow T_{\tilde{h}} : L^2[E, \eta] \ni f$

P127 上 1　Schdmit $\longrightarrow$ Schmidt

P127 命題 52　$k_X, k_Y : E \to \mathbb{R} \longrightarrow k_X, k_Y : E \times E \to \mathbb{R}$

P127 下 6, 問題 73　$\|m_X m_Y\|^2 = \langle \mathbb{E}_X[k_X(X, \cdot)]\mathbb{E}_Y[k_Y(Y, \cdot)], \mathbb{E}_{X'}[k_X(X', \cdot)]\mathbb{E}_{Y'}[k_Y(Y', \cdot)]\rangle$ に修正

P127 下 1　$= \mathbb{E}_{XX'YY'}[k_X(X, X')k_Y(Y, Y')] - 2\mathbb{E}_{XY}\{\mathbb{E}_{X'}[k_X(X, X')]\mathbb{E}_Y[k_Y(Y, Y')]\}$ に修正

P130 上 7　$X = a'X + e_2' \longrightarrow X = a'Y + e_2'$

P132 上 1-2　$i, j, h, r \longrightarrow i, j, q, r$ (3 箇所)

P133 下 8　$N = 50 \longrightarrow N = 100$

P134 下 8　同様に、$\| \sum_{YX} \|_{HS}^2 \longrightarrow$ 同様に、$\| \sum_{XY} \|_{HS}^2$

P135 上 6-7 $\displaystyle\int_E e^{i(x-y)w}d\eta(w) \longrightarrow \int_{\mathbb{R}^d} e^{i(x-y)w}d\eta(w)$, $\int_E |\int_E e^{iwx}d\mu(x)|^2 d\eta(w) \longrightarrow \int_{\mathbb{R}^d} |\int_E e^{iwx}d\mu(x)|^2 d\eta(w)$

P135 下 17-下 11, 命題 54 $E \longrightarrow \mathbb{R}$ (6 箇所), $E(\eta) \longrightarrow \mathbb{R}(\eta)$ (5 箇所)

P135 下 1 その確率の台が E $\longrightarrow$ その確率の台が $\mathbb{R}^d$

P136 命題 56 $\sum_{i=1}^\infty a_j^2 \longrightarrow \sum_{j=1}^\infty a_j^2$

P136 下 9 下記の 1 文を削除: 実際... 意味する。

P136 例 81 $\gamma(x) := k(x,x)^{1/2} > 0 \longrightarrow \gamma(x) := k_\infty(x,x)^{1/2} > 0$, $\|\gamma f(\cdot) - \sum_i \alpha_i \Psi(\cdot)\|_\infty \le \|\gamma\|_\infty \epsilon \longrightarrow \|\gamma f(\cdot) - \sum_i \alpha_i \Psi_i(\cdot)\|_\infty \le \|\gamma\|_\infty \epsilon$, $\|f(\cdot) - \sum_i \alpha_i \gamma^{-1}\Psi(\cdot)\|_\infty \longrightarrow \|f(\cdot) - \sum_i \alpha_i \gamma^{-1}\Psi_i(\cdot)\|_\infty$

P138 上 8 $V_N := f(x_1,\ldots,x_N) - \mathbb{E}_{X_N\cdots X_N}[f|X_1,\cdots,X_{N-1}] \longrightarrow V_N := f - \mathbb{E}_{X_N}[f|X_1,\cdots,X_{N-1}]$

P140 上 10, 問題 83 $|MMD - \widehat{MMD}_B| \longrightarrow |MMD^2 - \widehat{MMD}_B^2|$

P142 下 10 RKHS である $\longrightarrow$ 再生核である

P145 問題 65 $g \in H_X \otimes H_T \longrightarrow g \in H_X \otimes H_Y$

P146 問題 74 $\widehat{HSIC} = \mathrm{trace}(K_X H K_Y H) \longrightarrow \widehat{HSIC} = \mathrm{trace}(K_X H K_Y H)/N^2$

P148 問題 82 2 個の等式 $\longrightarrow$ 3 個の等式

第 6 章 Gauss 過程と関数データ解析

P151 プログラム 14 行目 `n,n)` $\longrightarrow$ `n,2)`, 16 行目 `k(x[i],x[j])` $\longrightarrow$ `k(x[i,],x[j,])`

P155 上 3,4 $k_{x,X} \longrightarrow k_{xX}$

P155 下 13 $x_1,\ldots,x_N \in \mathbb{R}^p \longrightarrow x_1,\ldots,x_N \in E$

P158 (6.14) $2\pi \det(k_*) \longrightarrow 2\pi k_*$

P158 下 3 (10 箇所), P159 上 2 (4 箇所) $W \to \hat{W}$

P160 下 3, P161 上 13 (2 箇所), P161 下 13 (2 箇所) $k_{ZX}k_{ZZ}^{-1}a \longrightarrow k_{XZ}k_{ZZ}^{-1}a$

P160 下 2 $(\Lambda + \sigma^2 I_N)k_{XZ} \longrightarrow (\Lambda + \sigma^2 I_N)^{-1}k_{XZ}$

P161 下 12 $f_2 \longrightarrow f_Z$ (2 箇所)

P161 下 9 $V = k_{ZX} \longrightarrow V = k_{XZ}$

P161 命題 65 $K_{ZZ}^{-1} \longrightarrow k_{ZZ}^{-1}$

P162 上 6,9 $x_{Zx} \longrightarrow k_{Zx}$

P164 上 2 H の対応を検討する $\longrightarrow$ $\mathbb{R}$ の対応を検討する

P164 下 1-2 $\displaystyle 2\sum_{i=1}^{M(n)} \longrightarrow M(n)\sum_{i=1}^{M(n)}$

P165 命題 67 $L^2(E,\mathcal{F},\mu) \longrightarrow L^2(E,\mathcal{B}(E),\mu)$

P168 (6.34) $\displaystyle \varphi_\nu(z) := \frac{2^{1-\nu}}{\Gamma(\nu)}\left(\frac{\sqrt{2\nu}z}{l}\right)^\nu K_\nu(\frac{\sqrt{2\nu}z}{l})$

P169 下 2 $I_{-\alpha}, I_\alpha \longrightarrow I_{-\nu}, I_\nu$

P169 上 1 正整数 $\longrightarrow$ 非負整数

P73 命題 72 $(F-m)\otimes(F-m))$ $(F-m)\otimes(F-m)$

P175 上 9 $[\eta_1,\ldots,\eta_m] \to [\eta_1,\ldots,\eta_m]^\top$,

$F_i(x) = \sum_{j=1}^m c_i^\top \eta(x) \to F_i(x) = c_i\eta(x)$,

$m_N(x) := \frac{1}{N}F_i(x) \to m_N(x) := \frac{1}{N}\sum_{i=1}^n F_i(x)$,

$m_N(x) = \sum_{j=1}^m d_i^\top \eta(x) \to m_N(x) = \sum_{j=1}^m d_j\eta_j(x)$

P181 上 2　$\mathbb{E}[\{I_f^{(n)}(g)I_f^{(n)}(h)] \to \mathbb{E}[I_f^{(n)}(g)I_f^{(n)}(h)]$
P180 (6.41)　2 行目 $\cdots - \{m(x)-m(y)\})^2] \to \cdots + \{m(x)-m(y)\})^2]$
P181 下 2　$\displaystyle\sum_i\sum_j\int_{E_i} \to \sum_i\sum_j\int_{E_i}\int_{E_j}$