鈴木譲「ベイジアンネットワーク入門」(培風館)
3. 統計的学習
3.5 有限型 Bayesian ネットワークの学習 (2)
分岐限定法

鈴木譲

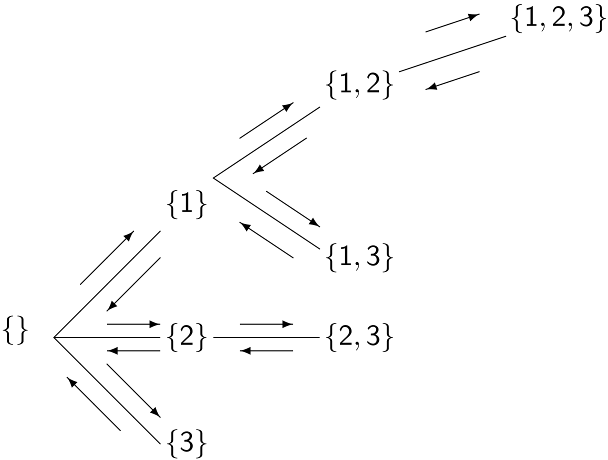
大阪大学

2009 年 12 月 24 日 (2)

あらまし

分岐限定法

深さ優先探索



$$L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n) = \mathcal{H}^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n) + K[\pi^{(k)}]\frac{\log n}{2}$$

を計算し，比較して，$L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n)$ 最小の $\pi^{(k)}$ を求める。

分岐限定法

$j \notin \pi^{(k)}$ であれば，$\pi^{(k)}$ を $\pi^{(k)} \cup \{j\}$ に更新すると，$K[\pi^{(k)}]$ が

$$
\begin{aligned}
K[\pi^{(k)} \cup \{j\}] &= (\alpha^{(k)} - 1) \prod_{h \in \pi^{(k)} \cup \{j\}} \alpha^{(h)} \\
&= \alpha^{(j)} (\alpha^{(k)} - 1) \prod_{h \in \pi^{(k)}} \alpha^{(h)} = \alpha^{(j)} K[\pi^{(k)}]
\end{aligned}
$$

に更新。$\mathcal{H}[\pi^{(k)}](x^n)$ が減少しても $\mathcal{H}[\pi(k)](x^n) \geq 0$ であるので，

$$
\mathcal{H}^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n) + K[\pi^{(k)}] \frac{\log n}{2} \leq \alpha^{(j)} K[\pi^{(k)}] \frac{\log n}{2}
$$

であれば，すなわち

$$
\mathcal{H}^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n) \leq (\alpha^{(j)} - 1) K[\pi^{(k)}] \frac{\log n}{2} \tag{42}
$$

であれば，

$$
L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n) \leq L^{(k)}[\pi^{(k)} \cup \{j\}](x^n)
$$

分岐限定法 (続)

$h \notin \pi^{(k)} \cup \{j\}$ として，$\pi^{(k)} \cup \{j\}$ を $\pi^{(k)} \cup \{j, h\}$ とすれば，
(42) のもとで

$$
\begin{aligned}
L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n) &\le \alpha^{(j)} K[\pi^{(k)}] \frac{\log n}{2} \\
&\le \alpha^{(j)} \alpha^{(h)} K[\pi^{(k)}] \frac{\log n}{2} \\
&\le L^{(k)}[\pi^{(k)} \cup \{j, h\}](x^n)
\end{aligned}
$$

(42) が成立したら，$\pi^{(k)}$ を真部分集合として含むものを除外。

分岐限定法

深さ優先探索で、経路を途中でカットして、計算量を低減

適用例

$L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n)$ で $k=4$ の場合，$\pi^{(4)}=\{1\}$ では,

$$\begin{aligned}\mathcal{H}^{(4)}[\{1\}](x^n) &= -5\log\left(\frac{5}{5}\right) - 0\log\left(\frac{0}{5}\right) - 1\log\left(\frac{1}{5}\right) - 4\log\left(\frac{4}{5}\right)\\ &= 1.61.\end{aligned}$$

$j=2,3$ について

$$(\alpha^{(j)}-1)K[\pi^{(1)}]\frac{\log n}{2} = (2-1)\cdot 1\cdot\frac{\log 10}{2} = 1.661$$

を下回るので,

$$\{\} \to \{1\} \to \{1,2\} \to \{1,2,3\} \to \{1,3\} \to \{2\} \to \{2,3\} \to \{3\}$$

$\{1,2\},\{1,2,3\},\{1,3\}$ については $L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n)$ を計算せず,

$$\{\} \to \{1\} \to \{2\} \to \{2,3\} \to \{3\}$$

という順序で，$L^{(k)}[\pi^{(k)}](x^n)$，$\pi^{(4)}$ を比較する。